

## Modelación de los Sistemas de Transmisión de Alto Voltaje en Corriente Directa en Flujos Óptimos de Potencia

Hugo Ambriz Pérez, *Miembro CIGRE*,  
Comisión Federal de Electricidad  
hugo.ambriz@cfe.gob.mx

Jesús González Flores, *Miembro CIGRE*  
Comisión Federal de Electricidad  
jesus.gonzalez@cfe.gob.mx

### Resumen

En la actualidad existen en operación enlaces de transmisión de Alto Voltaje en Corriente Directa (AVCD) en todo el mundo. Estos elementos son importantes en sistemas eléctricos de potencia, pero su representación ha sido demasiado sencilla o ignorada en la mayoría de los estudios realizados en sistemas eléctricos, este es particularmente el caso en estudios de Flujos Óptimos de Potencia (FOP). En este trabajo se ha ampliado un programa de FOP para incorporar los enlaces de AVDC tomando en cuenta sus características de control de transferencia de potencia. Este es un desarrollo nuevo en FOP usando el método de Newton donde las ecuaciones de las estaciones convertidoras son incluidas directamente en la matriz Hessiana ( $W$ ). El modelo de los enlaces de AVDC toma en cuenta los límites de sus variables de control. El impacto de los enlaces de AVDC en estudios de FOP es ilustrado con ejemplos numéricos, el cual incluye un sistema de 166 nodos, así como una red del Sistema Eléctrico México.

**Palabras Clave** – AVCD, Flujos Óptimos de Potencia, matriz Hessiana, controlabilidad.

### I. Introducción

Los sistemas de transmisión de AVCD han tenido una evolución muy importante en el desarrollo de los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) en las últimas décadas, este tipo de sistemas introducen una alta controlabilidad en el SEP, pero la limitación en su aplicación ha sido principalmente su costo. Los nuevos desarrollos de la electrónica de potencia y el significativo decremento en su costo por un lado y el encarecimiento de los derechos de vía

para las líneas de transmisión, así como el elevar los niveles de eficiencia de las redes de transmisión son factores que motivarán el uso de los sistemas de AVCD en los próximos años.

Se han hecho grandes esfuerzos de investigación para desarrollar modelos realistas de los sistemas de AVCD para estudios de flujos de potencia y de estabilidad [1 – 10], sin embargo los modelos para estudios de FOP han tenido poca atención y se puede decir que se encuentran poco desarrollados [11, 12]. De Martinis (et al) desarrolló un modelo para los sistemas de AVCD utilizando un algoritmo de solución de gradiente secuencial de restauración [11]. Lu (et al) también desarrolló un modelo al cual le incorporó técnicas de programación secuencial cuadráticas [12]. En general estos métodos presentan limitaciones en el proceso de solución comparativamente con el método Newton el cual se puede considerar más robusto.

Para resolver este problema en el presente trabajo se propone un proceso en el cual las ecuaciones de CD son combinadas con las de CA para resolverlas en una solución iterativa unificada utilizando el método de Newton. Se desarrollan las ecuaciones de las terminales convertidoras de los sistemas de AVCD y se implementan en un programa de FOP usando el método de Newton. El modelo básico de los enlaces de AVCD está basado en la formulación dada en [13, 16]; sin embargo, la incorporación de las ecuaciones de CD en la matriz  $W$  es un nuevo desarrollo el cual conduce a soluciones robustas del problema de FOP.

Para el caso de enlaces monopolares de CD se involucran siete ecuaciones para el lado de CD, los límites en las variables de control de CD son checadas y forzadas a sus límites durante el proceso iterativo debido a que se encontró que esas variables tienen un impacto significativo en los costos de generación de potencia activa. Se presentan ejemplos numéricos para mostrar la eficacia de la técnica propuesta y para ilustrar los aspectos más significativos.

### II. Aspectos básicos de los sistemas de AVCD

Los argumentos más comunes a favor de la tecnología de AVCD son las siguientes [16,17]:

---

Artículo recomendado y aprobado por el Comité Nacional de CIGRÉ-México para presentarse en el Segundo Congreso Bienal, del 13 al 15 de junio del 2001, en Irapuato, Gto.

- Transmitir grandes bloques de energía, particularmente a través de cables submarinos ya que la alta capacitancia en CA limita excesivamente la distancia de transmisión, situación que no se presenta en CD.
- Transmisión de energía a grandes distancias a través de líneas aéreas (del orden de 800 KM o más).
- Reducir las pérdidas de potencia activa. Para la misma capacidad de transmisión generalmente las pérdidas son menores en CD que en CA, aún considerando las pérdidas en las estaciones convertidoras.
- Conectar sistemas asíncronos ya sea por diferencia de frecuencias de operación o por problemas de estabilidad.
- Incrementar el nivel de controlabilidad en el sistema de CA en donde se conecte el sistema de AVCD.
- Incrementar la capacidad de transmisión sin incrementar la capacidad de corto circuito.

### III. Configuraciones de los sistemas de AVCD

Las configuraciones más comunes en sistemas de AVCD las podemos clasificar en tres, a saber [16,17]:

- Transmisión punto a punto. Este tipo de transmisión es usada en cables submarinos o en líneas aéreas para conectar las estaciones convertidoras generalmente en líneas aéreas se utilizan esquemas bipolares y en cables submarinos esquemas monopolares. El voltaje más elevado utilizado en líneas aéreas a la fecha es de 600 kV y en cables submarinos es de 450 kV.
- Configuración *Back to Back*. En este esquema no existe línea de transmisión, es decir las estaciones convertidoras son instaladas en el mismo predio, este esquema es utilizado para conectar sistemas asíncronos, o bien aquellos que quieran aislarse por algún motivo.
- Sistemas multiterminales. Este esquema cuenta con tres o más estaciones convertidoras.

### IV. Modelo de los Sistemas de AVCD en estado estable

El análisis en estado estable de los sistemas de AVCD se puede simplificar significativamente si se hacen las siguientes suposiciones [16]:

- Las fuentes de CA en las terminales convertidoras, son fuentes de voltaje trifásicas balanceadas con formas de onda sinusoidales con frecuencia y amplitud constantes.
- Todas las armónicas de voltaje y corriente producidas por el proceso de rectificación son filtradas y no son introducidas al sistema de CA.
- Los transformadores de los convertidores no tienen resistencia y se desprecia la impedancia de magnetización.
- Las estaciones convertidoras no tienen pérdidas de potencia real.
- El voltaje de CD no presenta armónicas.

Una representación esquemática de un enlace en CD es mostrado en la Figura 1, el cual consiste de dos estaciones convertidoras y una línea de transmisión en corriente directa. El enlace de corriente directa usa un conductor si la tierra es

usada como trayectoria de retorno. Si la resistencia de la tierra es muy alta, se usa un conductor como retorno; en transmisión submarina, el agua es usada como trayectoria de retorno. Las ecuaciones básicas describiendo el enlace de corriente directa de dos terminales son [13,16]:

$$V_{dR} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} n_{pR} a_R V_{iR} \cos \alpha_R - \frac{3}{\pi} X_{cR} n_{pR} I_d \quad (1)$$

$$V_{dI} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} n_{pI} a_I V_{iI} \cos \gamma_I - \frac{3}{\pi} X_{cI} n_{pI} I_d \quad (2)$$

$$P_{dR} = V_{dR} I_d \quad (3)$$

$$P_{dI} = V_{dI} I_d \quad (4)$$

$$S_{dR} = k \frac{3\sqrt{2}}{\pi} a_R V_{iR} n_{pR} I_d \quad (5)$$

$$S_{dI} = k \frac{3\sqrt{2}}{\pi} a_I V_{iI} n_{pI} I_d \quad (6)$$

$$Q_{dR} = \sqrt{S_{dR}^2 - P_{dR}^2} \quad (7)$$

$$Q_{dI} = \sqrt{S_{dI}^2 - P_{dI}^2} \quad (8)$$

donde  $k$  es dada por [16]

$$k = \frac{\sqrt{[\cos 2\alpha - \cos 2(\alpha + \mu)]^2 + [2\mu + \sin 2\alpha - \sin 2(\alpha + \mu)]^2}}{4[\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu)]} \quad (9)$$

para valores del ángulo de traslape no mayores de  $60^\circ$ .

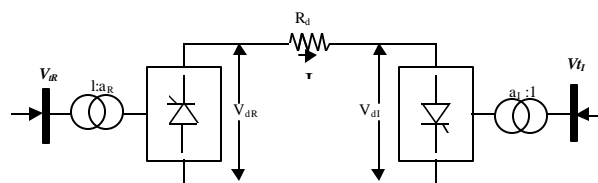


Figura 1. Transmisión de Alto Voltaje en Corriente Directa.

$V_{dR}$  y  $V_{dI}$  son las magnitudes de voltaje en las terminales de CD,  $n_{pR}$  y  $n_{pI}$  son los números de puentes conectados en serie en las estaciones convertidoras,  $\alpha_R$  y  $\gamma_I$  son los ángulos de control de los tiristores,  $X_{cR}$  y  $X_{cI}$  son las resistencias de conmutación de las estaciones convertidoras,  $V_{iR}$  y  $V_{iI}$  son las magnitudes de voltaje eficaz en las terminales CA e  $I_d$  es la corriente en la línea de CD. Los subíndices  $R$  e  $I$  se refieren al rectificador e inversor respectivamente.

Durante el proceso de rectificación, las corrientes de fase no pueden cambiar instantáneamente. La transferencia de corriente de una fase a otra requiere de un tiempo finito el cual es llamado conmutación. El resultado de esto es un corto circuito de corta duración entre los dos tiristores, llevando temporalmente a una reducción de voltaje. Este efecto no aparece explícitamente en el conjunto de ecuaciones presentado arriba, pero para el rectificador está dado como,

$$\Delta V_d = \frac{3}{\pi} X_{CR} n_{PR} I_d \quad (10)$$

Un efecto similar y representación existe para la estación inversora.

La ecuación adicional que representa al enlace de corriente directa es,

$$V_{dR} = V_{dI} + R_d I_d \quad (11)$$

donde  $R_d$  es la resistencia en corriente directa.

## V. Formulación del modelo en flujos de potencia óptimos

La formulación matemática consiste en minimizar el costo de generación de potencia activa ajustando convenientemente los parámetros controlables, por lo que el problema puede ser formulado como sigue [14, 15, 18]:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(P_g) \\ & \text{s.a. } h(P_g, V_{ca}, \theta, V_{cd}, a, \alpha, \gamma, I) = 0 \\ & \text{y } g(P_g, V_{ca}, \theta, V_{cd}, a, \alpha, \gamma, I) \leq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

donde  $P_g$ ,  $V_{ca}$ , y  $\theta$  son las generaciones de potencia activa, magnitudes de voltaje y ángulos de fase, respectivamente.  $V_{cd}$ ,  $a$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  e  $I$  son las variables de estado involucradas en el modelo del enlace en corriente directa.  $f(P_g)$  es la función objetivos a ser optimizada,  $h(P_g, V_{ca}, \theta, V_{cd}, a, \alpha, \gamma, I)$  representa las ecuaciones de flujo de potencia en el lado de corriente directa y  $g(P_g, V_{ca}, \theta, V_{cd}, a, \alpha, \gamma, I)$  representa los límites de las variables de estado así como las restricciones de operación.

El problema de optimización restringido es convertido a un problema de optimización no restringido construyendo una función *Lagrangiana* correspondiente a la ecuación (12). Esto es dado como,

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = f(P_g) + \lambda^t h(P_g, V_{ca}, \theta, V_{cd}, a, \alpha, \gamma, I) \quad (13)$$

donde  $\mathbf{x}$  es un vector de variables de estado y  $\lambda$  es un vector de multiplicadores de *Lagrange* para las restricciones de igualdad. Las restricciones de desigualdad no se muestran debido a que ellas son únicamente incluidas cuando hay variables fuera de límites.

### V.1. Función Lagrangiana del enlace en CD

La incorporación de las ecuaciones del enlace en corriente directa en un algoritmo de flujos de potencia óptimos utilizando el método de Newton requiere para representar cada enlace en corriente directa, que la matriz  $\mathbf{W}$  sea aumentada por ocho renglones y ocho columnas. Si el enlace está controlando flujo de potencia activa, entonces la dimensión de la matriz  $\mathbf{W}$  es aumentada en una renglón y una columna más. Bajo esta condición de operación, seis variables de estado extras entran en la formulación de Flujos Óptimos de Potencia. Además, tres multiplicadores de *Lagrange* son también usados para incorporar las restricciones de igualdad. Al final de la solución, se deben cumplir las condiciones de optimalidad dadas por *Kuhn* y *Tucker* [18].

Las ecuaciones (1)-(8) y (11) son explícitamente modeladas en la función Lagrangiana como restricciones de igualdad dadas por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} L_{RI}(\mathbf{x}, \lambda) = & \lambda_R \left( V_{dR} - \frac{3\sqrt{2}}{\pi} n_{PR} a_R V_{IR} \cos \alpha_R + \frac{3}{\pi} X_{CR} n_{PR} \frac{V_{dR} - V_{dI}}{R_d} \right) \\ & + \lambda_I \left( V_{dI} - \frac{3\sqrt{2}}{\pi} n_{PI} a_I V_{II} \cos \gamma_I + \frac{3}{\pi} X_{CI} n_{PI} \frac{V_{dR} - V_{dI}}{R_d} \right) \\ & + \lambda_{pR} (P_{dR}) + \lambda_{qR} (Q_{dR}) + \lambda_{pI} (-P_{dI}) + \lambda_{qI} (Q_{dI}) \end{aligned} \quad (14)$$

donde  $\lambda_R$ ,  $\lambda_I$ ,  $\lambda_{pR}$ ,  $\lambda_{qR}$ ,  $\lambda_{pI}$ , y  $\lambda_{qI}$  son multiplicadores de *Lagrange* en los nodos donde se conectan las estaciones convertidoras. El vector  $\mathbf{x}$  contiene el siguiente conjunto de variables:

$$\mathbf{x} = \left[ V_{dR} \quad a_R \quad \cos \alpha_R \quad \dots \quad V_{dI} \quad a_I \quad \cos \gamma_I \right]^t \quad (15)$$

$$\lambda = \left[ \lambda_R \quad \lambda_I \right]^t \quad (16)$$

La condición en la cual la corriente de CD es regulada puede ser representada en formulaciones de FOP usando una restricción de igualdad la cual permanece activa en todo el proceso iterativo, a menos que se desee desactivar la restricción. La siguiente ecuación representa esta condición operativa:

$$L_{dc}(\mathbf{x}, \lambda) = \lambda_{RI} \left( \frac{V_{dR} - V_{dI}}{R_d} - I_{\text{specified}} \right) \quad (17)$$

donde  $\lambda_{RI}$  es el multiplicador de *Lagrange* asociado a la corriente directa fluyendo de la estación rectificadora a la inversora.  $I_{\text{specified}}$  es el valor de corriente a ser mantenido a través del enlace. La función de *Lagrange* agrupando las contribuciones individuales presentadas arriba es,

$$L_{AVCD}(\mathbf{x}, \lambda) = L_{RI}(\mathbf{x}, \lambda) + L_{dc}(\mathbf{x}, \lambda) \quad (18)$$

### V.2. Sistema de ecuaciones linealizado

El sistema linealizado de ecuaciones para minimizar la función *Lagrangiana* usando el método de Newton es,

$$\mathbf{W} \Delta \mathbf{z} = -\mathbf{g} \quad (19)$$

donde  $\mathbf{W}$  contiene las segundas derivadas parciales de la función Lagrangiana  $L(\mathbf{x}, \lambda)$  con respecto a las variables de estado  $\mathbf{x}$  y al multiplicador de *Lagrange*  $\lambda$ . El vector  $\mathbf{g}$  consiste de primeras derivadas.  $\Delta \mathbf{z}$  es el vector de incrementos obtenidos al final de cada iteración. Una versión expandida de la ecuación (19) aplicada a la función de *Lagrange* del enlace en corriente directa es dada como sigue,

$$\begin{bmatrix} W_{11} & 0 & W_{13} & W_{14} & 0 \\ 0 & W_{23} & W_{24} & W_{25} & 0 \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & W_{34} & W_{35} \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} & W_{45} \\ 0 & 0 & W_{53} & W_{54} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta z_1 \\ \Delta z_2 \\ \Delta z_3 \\ \Delta z_4 \\ \Delta z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_1 \\ -g_2 \\ -g_3 \\ -g_4 \\ -g_5 \end{bmatrix} \quad (20)$$

donde

$$W_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dR}^2} & 0 & \frac{\partial Q_{dR}}{\partial V_{dR}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial Q_{dR}}{\partial V_{dR}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$W_{13} = W'_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dR} \partial V_{dR}} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dR} \partial a_R} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dR} \partial \cos \alpha_R} & \frac{\partial R_1}{\partial V_{dR}} \\ \frac{\partial P_{dR}}{\partial V_{dR}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_{dR}}{\partial V_{dR}} & \frac{\partial Q_{dR}}{\partial a_R} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$W_{14} = W'_{41} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dR} \partial V_{dI}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_{dR}}{\partial V_{dI}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_{dR}}{\partial V_{dI}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$W_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dI}^2} & 0 & \frac{\partial Q_{dI}}{\partial V_{dI}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial Q_{dI}}{\partial V_{dI}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$W_{23} = W'_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dI}^2 \partial V_{dR}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial(-P_{dI})}{\partial V_{dR}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_{dI}}{\partial V_{dR}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$W_{24} = W'_{42} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dI}^2 \partial V_{dI}} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dI}^2 \partial a_I} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dI}^2 \partial \cos \gamma_I} & \frac{\partial R_2}{\partial V_{dI}} \\ \frac{\partial(-P_{dI})}{\partial V_{dI}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_{dI}}{\partial V_{dI}} & \frac{\partial Q_{dI}}{\partial a_I} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$W_{33} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dR}^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dR} \partial a_R} & 0 & \frac{\partial R_1}{\partial V_{dR}} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial a_R \partial V_{dR}} & \frac{\partial^2 L}{\partial a_R^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial a_R \partial \cos \alpha_R} & \frac{\partial R_1}{\partial a_R} \\ 0 & \frac{\partial^2 L}{\partial \cos \alpha_R \partial a_R} & 0 & \frac{\partial R_1}{\partial \cos \alpha_R} \\ \frac{\partial R_1}{\partial V_{dR}} & \frac{\partial R_1}{\partial a_R} & \frac{\partial R_1}{\partial \cos \alpha_R} & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$W_{34} = W'_{43} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dR} \partial V_{dI}} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dR} \partial a_I} & 0 & \frac{\partial R_2}{\partial V_{dR}} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial a_R \partial V_{dI}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial R_1}{\partial V_{dI}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$W_{53} = W'_{35} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_3}{\partial V_{dR}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$W_{44} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dI}^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dI} \partial a_I} & 0 & \frac{\partial R_2}{\partial V_{dI}} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial a_I \partial V_{dI}} & \frac{\partial^2 L}{\partial a_I^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial a_I \partial \cos \gamma_I} & \frac{\partial R_2}{\partial a_I} \\ 0 & \frac{\partial^2 L}{\partial \cos \gamma_I \partial a_I} & 0 & \frac{\partial R_2}{\partial \cos \gamma_I} \\ \frac{\partial R_2}{\partial V_{dI}} & \frac{\partial R_2}{\partial a_I} & \frac{\partial R_2}{\partial \cos \gamma_I} & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$W_{54} = W'_{45} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_3}{\partial V_{dI}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$g_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dR}} & P_{dR} & Q_{dR} \end{bmatrix}^t \quad (32)$$

$$g_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial^2 L}{\partial V_{dI}} & -P_{dI} & Q_I \end{bmatrix}^t \quad (33)$$

$$g_3 = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial V_{dR}} & \frac{\partial L}{\partial a_R} & \frac{\partial L}{\partial \cos \alpha_R} & R_1 \end{bmatrix}^t \quad (34)$$

$$g_4 = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial V_{dI}} & \frac{\partial L}{\partial a_I} & \frac{\partial L}{\partial \cos \gamma_I} & R_2 \end{bmatrix}^t \quad (35)$$

$$g_5 = \begin{bmatrix} R_3 \end{bmatrix}^t \quad (36)$$

$$\Delta z_1 = \begin{bmatrix} 0 & \Delta V_{dR} & \Delta \lambda_{pr} & \Delta \lambda_{qr} \end{bmatrix}^t \quad (37)$$

$$\Delta \mathbf{z}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \Delta V_A & \Delta \lambda_{pi} & \Delta \lambda_{gi} \end{bmatrix}^t \quad (38)$$

$$\Delta \mathbf{z}_3 = \begin{bmatrix} \Delta V_{dR} & \Delta a_R & \Delta \cos \alpha_R & \Delta \lambda_R \end{bmatrix}^t \quad (39)$$

$$\Delta \mathbf{z}_4 = \begin{bmatrix} \Delta V_{dI} & \Delta a_I & \Delta \cos \gamma_I & \Delta \lambda_I \end{bmatrix}^t \quad (40)$$

$$\Delta \mathbf{z}_5 = \begin{bmatrix} \Delta \lambda_{RI} \end{bmatrix}^t \quad (41)$$

donde  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  son definidas como,

$$R_1 = V_{dR} - k_1 a_R V_{IR} \cos \alpha_R + k_2 \frac{V_{dR} - V_{dI}}{R_d} = 0 \quad (42)$$

$$R_2 = V_{dI} - k_3 a_I V_{II} \cos \gamma_I + k_4 \frac{V_{dR} - V_{dI}}{R_d} = 0 \quad (43)$$

$$R_3 = \lambda_{RI} \left( \frac{V_{dR} - V_{dI}}{R_d} - I_{\text{specified}} \right) \quad (44)$$

y  $L_{AVDC}(\mathbf{x}, \mathbf{I})$  es substituida por  $L(\mathbf{x}, \mathbf{I})$ .

El sistema de ecuaciones presentado arriba corresponde al caso donde el enlace de corriente directa mantiene la corriente  $I_d$  en un valor especificado. La activación o desactivación de esta restricción es realizada removiendo o adicionando la segunda derivada de una función de penalización cuadrática al elemento diagonal de la matriz  $\mathbf{W}$  correspondiente al multiplicador  $\lambda_{RI}$ .

### V.3. Manejo de limites de las variables del enlace en corriente directa

Las violaciones de limites de las variables de control de este tipo de dispositivo son forzadas por medio del método de Multiplicadores [19]. La función genérica, dada por la ecuación (45) para  $V_{dR}$  es usada para manipular las restricciones de desigualdad del enlace en CD, donde un término de penalización, incluyendo el límite violado, es adicionado a la función *Lagrangiana*  $L(\mathbf{x}, \mathbf{I})$ . Las variables dentro de límites operacionales son ignoradas. El chequeo de límites es iniciado en el arranque de la segunda iteración.

$$\Psi_i(V_{dR,i}^j, \mu_i^j) = \begin{cases} \mu_i^j (V_{dR,i}^j - V_{dR,i}^{\max}) + \frac{c}{2} (V_{dR,i}^j - V_{dR,i}^{\max})^2 \sin \mu_i^j + c (V_{dR,i}^j - V_{dR,i}^{\max}) \geq 0 \\ \mu_i^j (V_{dR,i}^j - V_{dR,i}^{\min}) + \frac{c}{2} (V_{dR,i}^j - V_{dR,i}^{\min})^2 \sin \mu_i^j + c (V_{dR,i}^j - V_{dR,i}^{\min}) \leq 0 \\ 0 \text{ cualquier otra condición} \end{cases} \quad (45)$$

donde  $\mu$  es un Multiplicador de *Lagrange* asociado a cada variable y  $c$  es un factor de penalización el cual es actualizado en cada iteración bajo la siguiente condición:  $0 \leq c^j \leq c^{j+1}$ .

### V.4. Condiciones iniciales

Las siguientes condiciones iniciales son requeridas en la formulación de este enlace para asegurar un proceso iterativo sin complicaciones. Los voltajes nodales  $V_{IR}$  y  $V_{II}$  son ajustados a 1 pu, lo cual lleva a voltajes no unitarios para  $V_{dR}$  y  $V_{dI}$ . Estos voltajes son calculados por medio de las ecuaciones (1) y (2). Las posiciones iniciales de los taps de los transformadores de los convertidores son también ajustados a 1.

Una terminal rectificadora convencional tendrá valores típicos de  $\alpha_R$  entre  $14^\circ$  y  $16^\circ$ , y como rango mínimo  $5^\circ$ - $7^\circ$ . Para el inversor,  $\alpha_I$  esta entre  $15^\circ$  y  $18^\circ$  y los valores máximos no excederán los  $22^\circ$  [2]. En la implementación desarrollada las condiciones iniciales son  $15^\circ$  para  $\alpha_R$  y  $18^\circ$  para  $\gamma_I$ .

## VI. Casos de prueba

### VI.1. Sistema Baja California Norte

Para mostrar como el algoritmo de flujos de potencia óptimos se comporta en un sistema de potencia real, se modificó el sistema eléctrico de Baja California Norte para incorporar tres enlaces de corriente directa. Una parte relevante de la red es mostrada en la Figura 2 donde se puede ver la localización de los enlaces. Las líneas de transmisión conectadas entre RIH y ROH, y MEH y TJH han sido remplazados por los dispositivos AVDC-1 y AVDC-2, respectivamente. Otro enlace denominado AVDC-3 fue conectado en serie con la línea de transmisión conectando los nodos AEH y CSH. Un nodo adicional denominado AEHDC fue creado como se muestra en la Figura 2. En este estudio, los sistemas de CD no están controlando la potencia activa a un valor especificado, están tomando el valor que del costo de operación más bajo.

La convergencia fue alcanzada en 7 iteraciones. La Tabla 1 muestra los parámetros de CD obtenidos en la solución óptima, mientras que en la Tabla 2 se muestran las potencias asociadas con los dispositivos de CD. La Tabla 3 muestra un resumen de las cantidades relevantes para este sistema eléctrico. El costo de generación de potencia activa es 293.583 \$/hora y las pérdidas eléctricas de potencia son 20.199 MW más 0.230 MW en los enlaces de CD.

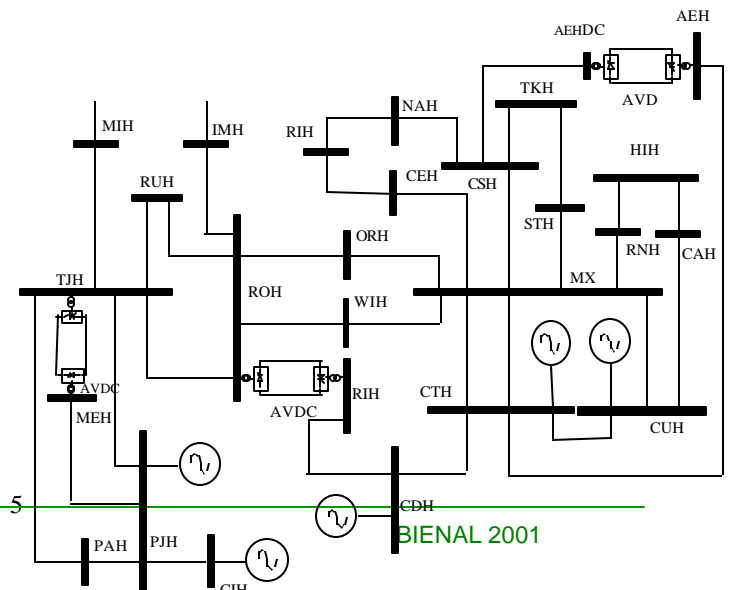


Figura 2. Parte relevante del Sistema Baja California Norte incluyendo tres enlaces de CD.

Tabla 1. Parámetros de control para el sistema BCN.

	$V_{dR}$ (pu)	$a_R$	$\alpha_R$ (grados )	$V_{dI}$ (pu)	$a_I$	$\gamma_I$ (grados)
AVDC-1	1.330	1.002	13.800	1.328	1.008	17.103
AVDC-2	1.316	0.998	14.818	1.314	1.007	17.963
AVDC-3	1.309	0.971	14.902	1.309	0.997	17.600

Tabla 2. Potencias en las estaciones convertidoras.

	$P_{dR}$ (MW)	$Q_{dR}$ (MVar)	$P_{dI}$ (MW)	$Q_{dI}$ (MVar)	$I_d$ (pu)
AVDC-1	83.168	20.652	83.038	25.030	0.625
AVDC-2	68.762	18.122	68.670	21.731	0.522
AVDC-3	20.930	5.264	20.927	6.326	0.160

Tabla 3. Resumen de la solución del sistema BCN.

Concepto	Resultado
Costo de generación de potencia activa (\$/hr)	293.585
Pérdidas eléctricas (MW)	20.199
Generación de potencia activa (MVar)	608.288
Generación de potencia activa (MW)	2096.000

En un segundo caso, los dispositivos AVDC-1 y AVDC-2 son ajustados para mantener la corriente directa a través de ellos en un valor especificado. El valor de ajuste corresponde a un incremento del 20% de su flujo de potencia base (caso anterior). La convergencia se obtuvo en 7 iteraciones. Las pérdidas de potencia activa son 20.279 MW más 0.351 MW en los enlaces de CD. Los resultados para esta condición de operación son presentados en las Tablas 4 y 5.

Tabla 4. Potencias en las estaciones convertidoras.

	$P_{dR}$ (MW)	$Q_{dR}$ (MVar)	$P_d$ (MW)	$Q_{dR}$ (MVar)	$I_d$ (pu)
AVDC-1	103.000	24.681	102.611	30.912	0.800
AVDC-2	82.708	21.970	82.576	26.245	0.630
AVDC-3	15.654	3.930	15.650	4.761	0.120

Tabla 5. Resumen de la solución del sistema BCN.

Concepto	Resultado
Costo de generación de potencia activa (\$/hr)	293.605
Pérdidas eléctricas (MW)	20.279
Generación de potencia activa (MVar)	625.293
Generación de potencia activa (MW)	2096.080

Las Tablas 2 y 4 muestran que incrementos en los flujos de potencia activa a través de los convertidores resultan en una cantidad mayor de potencia reactiva absorbida por los convertidores lo cual es reflejado en la potencia total producida por los generadores. Además, el costo de generación de potencia activa fue incrementado cuando las corrientes en los enlaces se ajustaron a un valor especificado.

## VI.2. Sistema Eléctrico Nacional

El Sistema Eléctrico Nacional, consistiendo de 2172 nodos, 2294 líneas de transmisión, 768 transformadores, 201 de 579 generadores considerados para el despacho económico, 1259 nodos de carga, 208 compensadores en derivación fijos y 10 capacitores serie es usado para mostrar la funcionalidad del algoritmo. Doce transformadores convencionales fueron sustituidos por transformadores defasadores, diez capacitores serie fueron

reemplazados por TCSCs. Cinco UPFCs y un enlace de CD fueron adicionados también a la red eléctrica. Estos dispositivos fueron usados para mantener flujos de potencia activa a través de trayectorias predefinidas, incrementando la transferencia de potencia por más de un 10% con respecto al caso base, excepto en los transformadores defasadores.

En el UPFC, la potencia activa es mantenida en su valor base, es decir no se ajusta a un valor especificado, y su convertidor en derivación es usado para mantener la magnitud de voltaje en 1 pu. Estos dispositivos fueron conectados en la red de 230 kV y 400 kV. El caso base convergió en 9 iteraciones mientras que la red modificada lo hizo en 10 iteraciones. Todos los dispositivos controlables mantuvieron sus valores definidos. La Tabla 6 resume la solución para este caso de prueba.

El enlace de AVDC, al igual que los demás dispositivos tienen un efecto relevante sobre las cantidades asociadas con este sistema de prueba. De la Tabla 6 se puede observar que el algoritmo de flujos de potencia óptimos da el mínimo costo de producción para el caso base, opuesto a la red modificada con el AVDC y los otros dispositivos. Esto es debido a que los dispositivos electrónicos fueron usados para mantener flujos de potencia a través de trayectorias predefinidas. Sin embargo, las pérdidas de transmisión fueron mayores para el primer caso que para el segundo. Se puede observar que las generaciones de potencia activa y reactiva son menores para la red modificada; la razón de este comportamiento es que los dispositivos incluidos en la red redujeron la distancia eléctrica entre los centros de carga y los centros de generación, dando una reducción de pérdidas eléctricas.

Tabla 6. Resumen de flujos de carga para el Sistema Eléctrico Nacional.

	Caso base	Red modificada
Demanda de potencia activa (MW)	19718.3	19718.3
Demanda de potencia reactiva (MVar)	6487.59	6487.59
Costo de generación de potencia activa (\$/hr)	5179.02	5215.36
Pérdidas eléctricas (MW)	763.654	692.557
Generación de potencia activa (MW)	20482	20410.9
Generación de potencia reactiva (MVar)	796.945	728.417

## VII. Conclusiones

Un modelo eficiente y versátil de los sistemas AVDC basado en expresiones sencillas del esquema de control de los enlaces de CD ha sido usado para evaluar la respuesta en estado estable de redes de potencia con este tipo de sistemas. Las variables de CD son combinadas con las variables de corriente alterna en una sola estructura para realizar una solución iterativa unificada usando el método de Newton. El algoritmo implementado de FOP no requiere modos de operación predeterminados para decidir el valor óptimo de las variables de control, las variables de CD son

reguladas con el objeto de alcanzar un valor óptimo de la corriente en CD bajo cualquier condición de operación, sea o no restringida la corriente a través del enlace.

Los ejemplos numéricos muestran que el modelo de enlace de AVDC, así como el método de Multiplicadores trabajan muy bien en el algoritmo, manipulándose las restricciones de desigualdad eficientemente.



Utilizar malas condiciones iniciales de operación hace que el algoritmo diverja, si las condiciones iniciales no son elegidas cuidadosamente, el algoritmo puede experimentar problemas numéricos cuando se calculan las potencias reactivas, debido a la existencia de valores grandes de potencia activa durante las primeras iteraciones. Las condiciones mostradas en la sección V.4 proveen buenas condiciones iniciales para el programa de FOP.

La versatilidad del método implementado fue ilustrada con ejemplos numéricos, con redes de diferentes tamaños, las cuales fueron resueltas con el algoritmo ampliado de FOP. Los resultados claramente muestran la flexibilidad del algoritmo y la confiabilidad de la convergencia.

## Referencias

- [1] Sato H. and Arrillaga J.: 'Improved load-flow techniques for integrated a.c.-d.c. systems', Proceedings of IEE, Vol. 116, No. 4, April 1969, pp. 525-532.
- [2] Reeve J., Fahmy G., and Stott B.: 'Versatile Load Flow Method for Multiterminal AVDC Systems', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, No. 3, May/June 1977, pp. 925-933.
- [3] Fudeh H. and Ong M.N.: 'A Simple and Efficient AC-DC Load-Flow Method for Multiterminal DC Systems', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 11, November 1981, pp. 4389-4396.
- [4] Ong M.N. and Fudeh H.: 'AC Power Flow Control with a Multiterminal DC Systems', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 11, November 1981, pp. 4686-4691.
- [5] Stott B.: 'Load flow for a.c. and integrated ac-dc systems', PhD Thesis, 1971, University of Manchester.
- [6] Sheble G. and Heydt G.: 'Power Flow Studies for Systems with AVDC Transmission', Proceedings of Power Industry Computer Applications Conference, New Orleans, 1975, pp. 223-228.
- [7] Braunagel D.A., Kraft L.A. and Whysong J.L.: 'Inclusion of DC converter and Transmission Equations Directly in a Newton Power Flow', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-95, No. 1, January/February 1976, pp. 76-88.
- [8] Arrillaga J. and Bodger P.: 'Integration of hvdc Links with fast-decoupled load flow solutions', Proceedings of IEE, Vol. 124, No. 5, May 1977, pp. 463-468.
- [9] Arrillaga J. and Bodger P. 'A.C.- D.C. Load flows with realistic representation of the converter plant', Proc., of IEE, Vol. 125, No. 1, January 1978, pp.41-46.
- [10] El-Marsafawy M.M and Mathur R.M.: 'A New, Fast Technique for Load-Flow Solution of Integrated Multi-Terminal DC/AC Systems', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, No. 1, January/February 1980, pp. 246-255.
- [11] De Martinis U., Gagliardi F., Losi A., Mangoni V. and Rossi F.: 'Optimal Load Flow for Electrical Power Systems with multiterminal AVDC Links', IEE Proc., Vol. 137-C, No. 2, March 1990, pp. 139-145.
- [12] Lu C.N., Chen S.S and Ong C.M.: 'The Incorporation of AVDC Equations In Optimal Power Flow Methods Using Sequential Quadratic Programming Techniques', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 3, No. 3, August, 1988, pp. 1005-1011.
- [13] Smed T., Andersson G., Sheblé G.B. and Grigsby L.L.: 'A New approach to AC/DC Power Flow', IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 6, No. 3, Aug. 1991, pp. 1238-1244.
- [14] Sun D.I., Ashley B., Brewer B., Hughes A. and Tinney W.F.: 'Optimal Power Flow By Newton Approach', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, No. 10, October 1984, pp. 2864-2880.
- [15] Sun D.I., Hu T.I., Lin G.S., Lin C.J. and Chen C.H.: 'Experiences with Implementing Optimal Power Flow for Reactive Scheduling in the Taiwan Power System', IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 3, August 1988, pp. 1193-1200.
- [16] Kimbark E.: 'Direct current Transmission', Vol. 1, Wiley- Interscience, New-York, 1971.
- [17] Kundur P.: 'Power System Stability and Control', McGraw Hill, 1994.
- [18] Luenberger D.G.: 'Introduction to Linear and Nonlinear Programming', Addison-Wesley Publishing Co., Second Edition, 1984.
- [19] Bertsekas D.P.: 'Constrained Optimization Lagrange Multiplier Methods', Academic Press, 1992.

## Biografías.

**Hugo Ambriz Pérez.** Nació en la Ciudad de México, D.F. en 1964. Recibió el título y grado de Ing. Electricista y Maestro en Ciencias del Instituto Politécnico Nacional en 1987 y 1992, respectivamente. En 1999 obtuvo el grado de Doctor en Ingeniería Eléctrica en la Universidad de Glasgow, Escocia. Desde 1992 trabaja en Comisión Federal de Electricidad (CFE), estando adscrito actualmente en la Unidad de Ingeniería Especializada. Sus áreas de mayor interés son Flujos Óptimos de Potencia, estudio y modelado de dispositivos FACTS, y sus aplicaciones en estudios de planificación y operación.

**Jesús González Flores.** Nació en ciudad de Maravatio, Mich. México en 1953. Obtuvo su licenciatura en el Tecnológico de Morelia en Ingeniería Eléctrica en 1975, una Maestría en Ciencias en la Universidad Nacional Autónoma de México en 1977, una Maestría en Administración Financiera en la Universidad Anáhuac del Sur en el 2000. Ha trabajado como profesor en diferentes universidades de México. Desde 1984 trabaja en la CFE en la que ha ocupado diversos cargos relacionados a la operación y planeación de la red eléctrica de México. Sus áreas de interés son la aplicación de nuevas tecnologías de electrónica de potencia en los Sistemas Eléctricos y Mercados de Electricidad.