

# Análisis de estabilidad de voltaje considerando las características dinámicas de la carga y dispositivos FACTS

E. Hernández

A. R. Messina

**Resumen**—En el presente trabajo se propone un modelo dinámico del sistema de potencia para el análisis de estabilidad de voltaje considerando modelos genéricos de carga y la inclusión de dispositivos de control basados en esquemas flexibles de transmisión (FACTS por su denominación inglesa). Con base en este modelo, se definen y estudian, relaciones de sensibilidad que permiten determinar las zonas más vulnerables del sistema a experimentar problemas de inestabilidad, así como el desarrollo de medidas de refuerzo basadas en la aplicación de FACTS.

La metodología propuesta de análisis parte de la inclusión de las características dinámicas de las cargas en las ecuaciones convencionales de flujo de potencia. Se presenta la aplicación del método propuesto al análisis de la estabilidad de voltaje en un sistema de potencia con características reales y se discute el problema de ubicación de dispositivos de control.

**Palabras Clave**— Análisis modal, CEVs, Estabilidad de voltaje, FACTS, Modelo dinámico de la carga.

## I. INTRODUCCIÓN

El fenómeno de inestabilidad de voltaje puede ser afectado en forma importante por las características de la carga así como por la presencia y características de elementos de control. En el presente trabajo se investigan ambos aspectos, con un énfasis en la aplicación de dispositivos de control basados en tecnología de FACTS.

Se presenta primero una revisión fundamental de los métodos actuales de análisis de la respuesta de la carga del sistema ante cambios incrementales de operación, enfatizando su interpretación en el contexto del estudio de la estabilidad de voltaje. A continuación se propone un método de análisis para el estudio de la estabilidad de voltaje en sistemas complejos, incluyendo un modelo genérico de la carga y la representación de dispositivos FACTS, específicamente, Compensadores Estáticos de VARs (CEVs) y STATCOM.

Por último, se presenta la aplicación de los métodos desarrollados al análisis de estabilidad de voltaje en un sistema hipotético de potencia con características reales. Se discute el problema de determinación de zonas vulnerables

del sistema a la inestabilidad de voltaje así como el desarrollo de medidas de refuerzo basadas en la aplicación de CEVs.

## II. MODELO GENÉRICO DE LA CARGA.

El comportamiento de la carga ante una perturbación pequeña es no lineal y exhibe una característica de recuperación que puede ser aproximada por una constante de tiempo [1-3]. En la figura 1 se muestra una curva característica típica del comportamiento de la carga ante un cambio escalón en el voltaje en terminales. Este modelo comprende un período transitorio de recuperación el cual puede aproximarse mediante una función exponencial, y un valor de estado estable el cual representa el comportamiento convencional de la carga en estudios de estabilidad de voltaje [4].

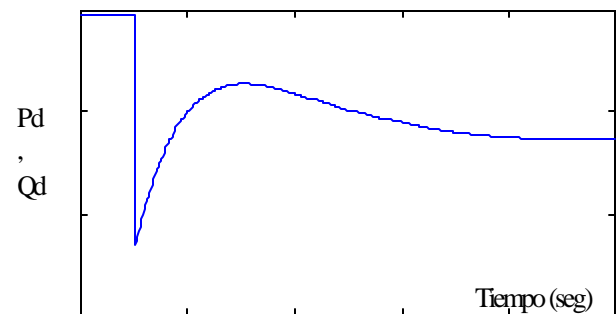


Figura 1.- Característica típica de comportamiento de la carga ante un cambio escalón en la magnitud del voltaje en terminales

El comportamiento dinámico de la carga puede aproximarse mediante el modelo de primer orden:

$$\begin{aligned} T_p \frac{d}{dt} P_r &= P_s(V) - P_d \\ T_q \frac{d}{dt} Q_r &= Q_s(V) - Q_d \end{aligned} \tag{1}$$

y

$$\begin{aligned} P_d &= P_r + P_t(V) \\ Q_d &= Q_r + Q_t(V) \end{aligned} \tag{2}$$

en donde

$$P_s(V) = P_o \left( \frac{V}{V_o} \right)^{\alpha} , \quad P_t(V) = P_o \left( \frac{V}{V_o} \right)^{\beta} \tag{3}$$

Artículo recomendado y aprobado por el Comité Nacional de CIGRÉ-México par presentarse en el Segundo Congreso Bienal, del 13 al 15 de junio del 2001, en Irapuato, Gto.

$$Q_s(V) = Q_o \left( \frac{V}{V_o} \right)^{b_s}, \quad Q_t(V) = Q_o \left( \frac{V}{V_o} \right)^{b_t} \quad (4)$$

- y,
- $P_d, Q_d$  son la potencia activa y reactiva demandada
  - $\alpha_s, \beta_s$  son los coeficientes de la carga en estado estable
  - $\alpha_t, \beta_t$  son las coeficientes de la carga en el período transitorio
  - $P_o, Q_o$  son la potencia activa y reactiva en la condición de operación anterior al escalón de voltaje
  - $P_r, Q_r$  son la potencia activa y reactiva de recuperación
  - $T_p, T_q$  son las constantes de tiempo de recuperación de la potencia real y reactiva
  - $V$  es la magnitud del voltaje en el nodo
  - $V_o$  es la magnitud de voltaje previa al escalón

Linealizando las ecuaciones (1) y (2) alrededor de una condición de equilibrio del sistema, el comportamiento dinámico de la carga puede expresarse en forma compacta como:

$$T_p \left( \Delta \dot{P}_d - P_t'(V) \Delta \dot{V} \right) = P_s'(V) \Delta V - \Delta P_d \quad (5)$$

$$T_q \left( \Delta \dot{Q}_d - Q_t'(V) \Delta \dot{V} \right) = Q_s'(V) \Delta V - \Delta Q_d \quad (6)$$

en donde los términos  $P_t', Q_t', P_s', Q_s'$  representan las derivadas de las componentes transitorias y de estado estable de la carga con respecto a la magnitud del voltaje en terminales.

### III. REGIÓN DE ESTABILIDAD.

Con objeto de permitir una mejor comprensión de la naturaleza del modelo propuesto, considérese que se desea analizar la estabilidad de voltaje del sistema de potencia de naturaleza radial en la figura 2. Asuma, por simplicidad, que la potencia activa de la carga es cero y que la potencia reactiva se describe mediante el modelo genérico en (6). Para propósitos de estudio, el elemento de control de voltaje representa un capacitor fijo, un CEV o un STATCOM. Las características de operación en estado estable para estos dispositivos se muestran en la figura 3.

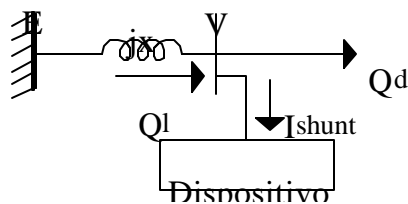


Figura 2. Sistema en estudio con un elemento de control de voltaje en el nodo de carga

En el nodo de carga, el balance de potencia reactiva puede expresarse como:

$$Q_d = Q_l - Q_{shunt} \quad (7)$$

en donde  $Q_l$  es la potencia suministrada por el sistema de transmisión definida por la relación

$$Q_l = \frac{EV - V^2}{X} \quad (8)$$

y

$$Q_{shunt} = VI_{shunt} \quad (9)$$

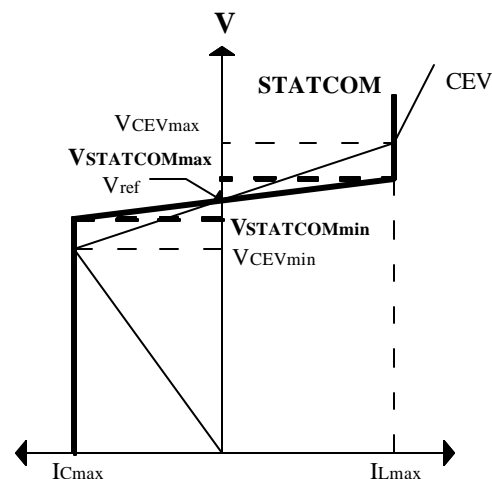


Figura 3. Características V-I de un CEV y un STATCOM

La corriente consumida por el dispositivo,  $I_{shunt}$  es, en general, una función de la acción de control considerada. En estado estable, cuando el dispositivo opera dentro de sus límites nominales de diseño, la característica de operación está definida por la curva V-I en la figura 3. Para el análisis de estabilidad de voltaje, sin embargo, la zona de operación de mayor interés está definida por la región de bajo voltaje en la curva V-I.

Para los dispositivos de control considerados, ésta característica puede expresarse como:

$$I_{shunt} = \begin{cases} \frac{E}{2X_c - C} & \text{para el capacitor} \\ I_{c\max} & \text{para el STATCOM} \\ b_{\max} V & \text{para el CEV} \end{cases}$$

Debe observarse que en la condición inicial de operación, la característica de operación de operación de la carga así

como las curvas V-I de la red de transmisión y del dispositivo de control, exhiben un nivel de voltaje común y se satisface la relación de balance de potencia en (7). Estas condiciones definen la región de atracción del modelo dinámico.

Considérese ahora, con objeto de introducir las características fundamentales del modelo propuesto, que el comportamiento dinámico del CEV se representa mediante un bloque proporcional definido por una ganancia  $K_{cev}$  y una constante de tiempo  $T_{cev}$ . Por consiguiente, el comportamiento dinámico del CEV estará determinado por la relación

$$\Delta \dot{\mathbf{b}}_{cev} = \frac{K_{cev}}{T_{cev}} \Delta V - \frac{1}{T_{cev}} \Delta \mathbf{b}_{cev} \quad (10)$$

donde  $\beta_{cev}$  es la susceptancia del CEV.

Substituyendo las ecuaciones algebraicas (7) a (9) en las ecuaciones diferenciales (6) y (10) se obtiene el modelo de estado:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{V} \\ \Delta \dot{\mathbf{b}}_{cev} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \mathbf{b}_{cev} \end{bmatrix} \quad (11)$$

en donde :

$$A_{11} = -\frac{(\mathbf{b}_s Q_o x T_{cev} - EV_o T_{cev} + 2V_o^2 T_{cev} - 2V_o^2 \mathbf{b}_{cev} x T_{cev} + T_q V_o^3 K_{cev} x)}{T_{cev} T_q (\mathbf{b}_t Q_o x - EV_o + 2V_o^2 - 2V_o^2 \mathbf{b}_{cev} x)}$$

$$A_{12} = \frac{V_o^3 x (T_q - T_{cev})}{T_{cev} T_q (V_o E - 2V_o^2 + 2V_o^2 \mathbf{b}_{cev} - \mathbf{b}_t Q_o T_q x)}$$

$$A_{21} = \frac{K_{cev}}{T_{cev}}$$

$$A_{22} = -\frac{1}{T_{cev}}$$

La representación de estado en (11) exhibe dos modos de estabilidad; un modo de voltaje  $\lambda_v$  que describe el comportamiento de la magnitud de voltaje en el nodo de carga y un modo  $\lambda_\beta$  asociado al sistema de control del CEV. Las características de estabilidad de estos modos están determinadas por la naturaleza de la carga, el punto de operación, el ajuste de los parámetros de control del CEV y la robustez del sistema.

En la figura 4 se presentan las características de estabilidad del modo de voltaje para las diferentes opciones de control consideradas.

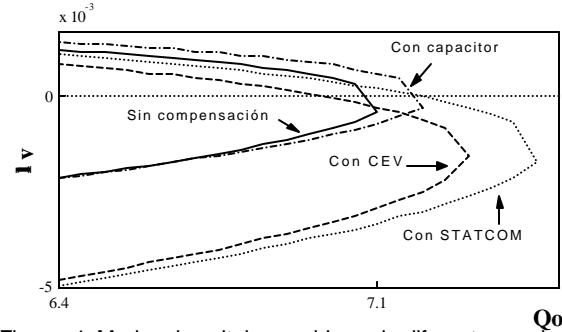


Figura 4. Modos de voltaje considerando diferentes opciones de control.

Como se observa, la aplicación de dispositivos de control en el nodo de carga permite extender en forma significativa los márgenes de estabilidad del sistema. Debido a sus características de control en la región de bajo voltaje, la aplicación de un STATCOM permite los mayores aumentos en los márgenes de estabilidad del sistema.

#### IV. MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA DE POTENCIA.

##### A. Modelo dinámico de la carga

El modelo global del sistema de potencia se obtiene al incluir las ecuaciones de la carga en las ecuaciones de balance de potencia nodal. Considere con este objeto que se define el vector de voltajes nodales

$$\Delta \mathbf{U} = [\Delta \theta_1, \dots, \Delta \theta_n, \Delta V_1, \dots, \Delta V_n]^T$$

Substituyendo en las ecuaciones (5) y (6), las expresiones para la potencia real y reactiva en función de los voltajes en terminales, se obtiene el modelo dinámico:

$$[\mathbf{DT}] \left( \begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{S}}_d \end{bmatrix} - [\mathbf{NN}] \begin{bmatrix} \Delta \dot{\mathbf{U}} \end{bmatrix} \right) = [\mathbf{MM}] [\Delta \mathbf{U}] - [\Delta \mathbf{S}_d] \quad (12)$$

en donde  $\mathbf{S}_d$  es el vector de demandas de potencia real y reactiva, y:

$$\mathbf{DT} = [\text{diag}(T_{p1}, \dots, T_{pn}, T_{q1}, \dots, T_{qn})]$$

$$\mathbf{NN}_v = \begin{bmatrix} \text{diag}(P'_{t1}, \dots, P'_{tm}) \\ \text{diag}(Q'_{t1}, \dots, Q'_{tm}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{MM}_v = \begin{bmatrix} \text{diag}(P'_{s1}, \dots, P'_{sn}) \\ \text{diag}(Q'_{s1}, \dots, Q'_{sn}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{NN} = [[\text{zeros}(2n \times n)], \mathbf{NN}_v]$$

$$\mathbf{MM} = [[\text{zeros}(2n \times n)], \mathbf{MM}_v]$$

El modelo dinámico global del sistema se obtiene al incluir la representación de la red de transmisión como se explica en el siguiente apartado.

### B. Modelo de la red de transmisión

La red de transmisión se representa mediante las ecuaciones de balance de potencia. Separando los nodos de carga y generación se obtiene el modelo incremental [4]

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{S}_d \\ \Delta \mathbf{S}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{dd} & \mathbf{J}_{dg} \\ \mathbf{J}_{gd} & \mathbf{J}_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U} \\ \Delta \mathbf{U}_g \end{bmatrix} \quad (13)$$

donde  $\Delta \mathbf{S}_g$  y  $\Delta \mathbf{U}_g$  son, respectivamente, los incrementos de potencia ( real y reactiva) y de voltaje ( ángulo y magnitud ) en los nodos de generación. Si se asume ahora que el comportamiento dinámico de los generadores y de sus controles es generalmente más rápido que el comportamiento dinámico de la carga, se introducen las simplificaciones

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{g1}, \dots, \Delta V_{gng} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \Delta q_{g1}, \dots, \Delta q_{gng} \end{bmatrix} = 0$$

Por consiguiente, las magnitudes y ángulos de los nodos de generación pueden ser eliminados de la ecuación (13), obteniéndose la expresión simplificada

$$\Delta \mathbf{S}_d = [\mathbf{J}][\Delta \mathbf{U}] \quad (14)$$

donde  $\mathbf{J}(n \times n)$  es la submatriz de nodos de carga en la matriz Jacobiana de flujos de potencia.

Substituyendo (14) en (12) se obtiene que

$$[\mathbf{DT}]\left([\mathbf{J}]\left[\Delta \dot{\mathbf{U}}\right]-[\mathbf{NN}]\left[\Delta \dot{\mathbf{U}}\right]\right)=[\mathbf{MM}][\Delta \mathbf{U}]-[\mathbf{J}][\Delta \mathbf{U}] \quad (15)$$

Finalmente, despejando para el vector de voltajes en terminales de los nodos de carga en (15) se obtiene la representación de estado

$$\Delta \dot{\mathbf{U}} = [\mathbf{A}_s][\Delta \mathbf{U}] \quad (16)$$

donde,

$$\mathbf{A}_s = ([\mathbf{J}] - [\mathbf{NN}])^{-1}[\mathbf{DT}]^{-1}([\mathbf{MM}] - [\mathbf{J}]) \quad (17)$$

### C. Inclusión de CEVs y STATCOM en el modelo dinámico

En el modelo desarrollado, la representación de CEVs y STATCOM se incluye mediante una susceptancia

controlable. En este caso, la matriz Jacobiana tiene la siguiente estructura:

$$[\mathbf{J}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial V} & 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial V} & \frac{\partial Q}{\partial a} \end{bmatrix}$$

El vector de estados  $\Delta \mathbf{U}$  se amplía con el propósito de incluir la dinámica de los dispositivos CEVs. Con este objeto se define el vector de estados ampliado

$$\Delta \mathbf{U} = [\Delta \theta_1, \dots, \Delta \theta_n, \Delta V_1, \dots, \Delta V_n, \Delta \beta_1, \dots, \Delta \beta_{ncev}]^T$$

Incluyendo las ecuaciones dinámicas de los dispositivos de control en las ecuaciones de la red se obtiene

$$[\mathbf{DT}_{cev}]\left([\mathbf{J}_{cev}]\left[\Delta \dot{\mathbf{U}}\right]-[\mathbf{NN}_{cev}]\left[\Delta \dot{\mathbf{U}}\right]\right)=[\mathbf{MM}_{cev}][\Delta \mathbf{U}]-[\mathbf{H}][\mathbf{J}_{cev}][\Delta \mathbf{U}] \quad (18)$$

donde:

$$[\mathbf{DT}_{cev}] = \begin{bmatrix} \mathbf{DT} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}(ncev * ncev) \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{J}_{cev}] = \begin{bmatrix} \mathbf{J} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}(ncev * ncev) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{NN}_{cev} = \begin{bmatrix} \mathbf{NN} & 0 \\ 0 & \mathbf{0}(ncev * ncev) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{MM}_{cev} = \begin{bmatrix} \mathbf{MM} & 0 \\ [0 \ \hat{A}V(ncev * nl)] & \mathbf{0}(ncev * ncev) \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}V_{ij} = \frac{K_{cevi}}{T_{cevi}}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \text{diag} \left( \frac{1}{\mathbf{T}_{cev^1}}, \dots, \frac{1}{\mathbf{T}_{cev^v}} \right) \end{bmatrix}$$

para  $i = 1, \dots, ncev$ , y  $j =$  nudo al cual se encuentra conectado un CEV

Por último, resolviendo la ecuación (18) para  $\Delta \dot{\mathbf{U}}$ , se obtiene:

$$\Delta \dot{\mathbf{U}} = [\mathbf{A}_s]\Delta \mathbf{U} \quad (16)$$

16)

donde:

$$A_s = ([J_{cev}] - [NN_{cev}])^{-1} [DT_{cev}]^{-1} ([MM_{cev}] - [H][J_{cev}])$$

### V. APLICACIÓN

En la figura 5 se muestra un diagrama simplificado del sistema en estudio, el cual representa una red hipotética derivada del Sistema Peninsular. El sistema utilizado está constituido por 96 nodos, 18 generadores, 138 líneas de transmisión, 12 bancos de capacitores y 2 reactores. La demanda total del sistema es de aproximadamente 1300 MW.

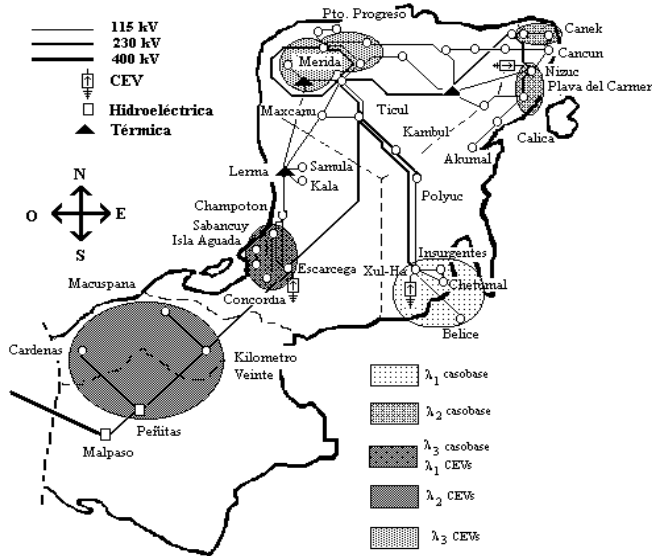


Figura 5. Diagrama geográfico del sistema en estudio mostrando las áreas críticas de voltaje

Las áreas geográficas asociadas a los modos críticos de voltaje del sistema se determinaron para la condición de operación base, sin incluir CEVs. En la tabla 1 se muestran los 5 nodos con mayores factores de participación (F.P) en los 3 valores propios de interés de la matriz planta asociados principalmente a magnitud de voltaje. Los parámetros utilizados para modelar la carga son:  $\alpha_s = 0.31$ ,  $\alpha_t = 1.85$ ,  $T_p = 163.4$ ,  $\beta_s = 3.53$ ,  $\beta_t = 4.18$  y  $T_q = 131.7$ .

Se puede observar del análisis de los resultados que la inclusión de estos dispositivos permite aumentar en forma significativa los márgenes de estabilidad de los modos críticos de voltaje. En la figura 6 se presenta los factores de participación de los 78 nodos de carga en los valores propios críticos del sistema para el caso base y una vez incluidos los dispositivos CEVs.

TABLA I

FACTORES DE PARTICIPACIÓN PARA EL CASO BASE

$\lambda_{\text{crítico}} = -0.1377$		$\lambda_2 = -0.0121$		$\lambda_3 = -0.0088$	
Nodo	F.P	Nodo	F.P	Nodo	F.P
Belice	0.338	Playa del Carmen	0.210	Cd.del Carmen	0.736
Xul-Ha 115	0.263	Puerto Juarez	0.169	Concordia	0.491
Insurgentes	0.228	Canek	0.153	Palmar	0.133
Chetumal	0.216	Bonampak	0.141	Sabancuy	0.111
Xul-Ha 230	0.062	Nizuc 115	0.119	Escarcega	0.077

Como se observa, el nodo Xul-Ha 115 participa de manera importante en el modo crítico de voltaje. Con base en este análisis se evaluó el comportamiento del sistema incluyendo la operación de CEVs en las subestaciones Xulha, Nizuc 115 y Escarcega. En la tabla II se presentan los nodos con mayor participación en los modos asociados a voltaje para esta condición de operación. El análisis muestra que la inclusión de dispositivos de control permite aumentar de forma significativa los márgenes de estabilidad de los tres modos de interés.

TABLA II

FACTORES DE PARTICIPACIÓN CONSIDERANDO LA INCLUSIÓN DE CEVs EN LOS NODOS XUL-HA 115, ESCARCEGA Y NIZUC.

$\lambda_{\text{crítico}} = -0.0083$		$\lambda_2 = -0.0078$		$\lambda_3 = -0.0077$	
Nodo	F.P	Nodo	F.P	Nodo	F.P
Cd.del Carmen	0.780	Cardenas	0.633	Nte. Merida	0.144
Concordia	0.522	Macuspana	0.536	Merida 115	0.088
Palmar	0.133	K. Veinte	0.526	Nachicocom	0.084
Sabancuy	0.106	Villa. Nte.	0.484	Kopte	0.074
Escarcega	0.025	Peñitas	0.096	Pte. Merida	0.058

Asimismo, el análisis de participaciones en la figura 6 muestra que los modos críticos presentes en el sistema son del tipo localizado. Es decir son pocas las variables que participan de manera importante en dichos modos.

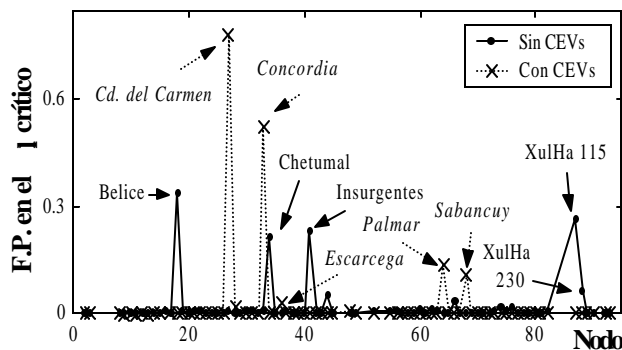


Figura 6. Factores de participación de los 78 nodos de carga en los  $\lambda_{\text{crítico}}$  de voltaje para el caso base y una vez incluidos los CEVs.

**A. R. Messina** es Profesor Investigador en el CINVESTAV- Unidad Guadalajara

**E. Hernández** estudiante de doctorado del CINVESTAV, IPN- Unidad Guadalajara.

Adicionalmente se puede apreciar que la inclusión de soporte de voltaje modifica las áreas geográficas asociadas a los modos críticos de voltaje. Así, por ejemplo, se puede observar que con la inclusión de CEVs en los nodos críticos, las áreas originalmente asociadas a los modos 1 y 2 de voltaje no se encuentran dentro de las 3 áreas más vulnerables a presentar problemas de inestabilidad de voltaje.

## VI. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha propuesto un modelo del sistema de potencia para el análisis de estabilidad de voltaje considerando la representación dinámica de la carga y la acción de dispositivos de control. El modelo propuesto es de interés para el estudio de estabilidad de mediano plazo así como para la evaluación de medidas de refuerzo basadas en la aplicación de dispositivos FACTS. La aplicación práctica de esta metodología como herramienta de planeación de sistemas de potencia se encuentra en la etapa de evaluación.

## VII. REFERENCIAS

- [1] M. K. Pal, "Voltage stability: analysis and needs, modelling requirements, and modelling adequacy", IEE Proceedings-C, Vol. 140, No. 4, July 1993.
- [2] D. Karlsson and D. J. Hill, "Modelling and identification on nonlinear dynamic loads in power systems", IEEE transactions on power systems, Vol. 9, No. 1, February 1994.
- [3] Y. G. Zeng, A. Berizzi, and P. Marannino, "Voltage stability analysis considering dynamic load model", Conf. APSCOM-97, Hong Kong, November 1997.
- [4] P. Kundur, "Power system stability and control", Ed. McGraw-Hill, 19, pp. 707-716.